185.085 PS Wissenschaftliches Arbeiten, 2.0 Std.
WS 2001/02
Thema: Logik(en) in der Informatik

Viktor Krammer, $< 9826988 >$ E881
26. November, 2001

Framework für out-to-do und out-to-be Logik

Abstract. Der Artikel [AMW96] beschäftigt sich mit der Formalisierung der Deontischen Logik, die Logik des “Sollens und Erlaubtseins”. Es wird gezeigt, daß eine Trennung zwischen obligatorischen Zuständen und Aktionen vorzunehmen ist.
Die Anderson-Reduktion ist eine Formalisierung von obligatorischen Zustandsbeschreibungen in Modal Logik mit Notwendigkeitsoperator, während die Meyer-Reduktion gleiches für Aktionen leistet. Die Autoren integrieren beides in eine S5-Typ Logik und diskutieren Eigenschaften, der so erhaltenen Logik.

Literatur

[AMW96] P. d’Altan, J.-J.Ch. Meyer, R.J. Wieringa, An integrated framework for ought-to-be and ought-to-do constraints in Artificial Intelligence and Law, Volume 4, SS. 77, Kluwer Academic Publishers, 1996

Links

Propositional Dynamic Logic (PDL)
http://www.cwi.nl/~pauly/pdl/pdl.html

Logic System Interrelationships
http://www.cc.utah.edu/~nahaj/logic/structures/

Übersicht

- Anderson-Reduktion
- Meyer-Reduktion
  - Semantik von Aktionen
- Integration
- Eigenschaften / Theoreme

Anderson-Reduktion

Definition ADL (outght-to-be Logik)

$$\begin{aligned} O\varphi &\equiv \Box(\neg\varphi \to V) \\ F\varphi &\equiv \Box(\varphi \to V) \\ P\varphi \equiv \neg F\varphi &\equiv \Diamond\varphi \wedge \neg V \end{aligned}$$

V def. als *Signal für Normübertretung (Violation)* anstatt als Sanktion

Kripke Modell $M = \langle W, \pi, R, \models \rangle$

- $W =$ Menge der möglichen Welten
- $\pi : \Pi \times W \to 1, 0$ Belegung der Varialben in den Welten
- $R : W \to \wp(W)$ Erreichbarkeitsrelation
- $\models \subseteq \{(w, \varphi) | w \in W$ und $\varphi \in \Pi\}$ Wahrheitsrelation zw. Welten und Sätzen

Kripke Modelle (Fortsetzung)

- $M, w \models \Box\varphi$, falls für alle $w' \in W$ mit wRw' gilt $M, w' \models \varphi$

- $M \models \varphi$, falls $M, w \models \varphi$ f.a. $w \in W$

- $\models \varphi$, falls $M \models \varphi$ f.a. Kripke Modelle M

Unterschiede ADL zu SDL

ADL (Typ KT) ist eine Erweiterung von SDL (Typ KD). Es gelten z.B. zusätzlich folgende Formeln:

- $O\varphi \rightarrow OO\varphi$

- $\Box(\Box\varphi \rightarrow O\varphi)$

- $\Box(O\varphi \rightarrow \Box O\varphi)$

Meyer-Reduktion

für ought-to-do (dynamische) Logik bestehend aus

- Π = Menge der AL-Variablen
- $\underline{A}$ = Menge der Aktionen

$[\alpha]\phi$ wird gelesen als "Die Ausführung der Aktion α ($\alpha \in \mathcal{A}$) führt notwendigerweise in eine Welt, in der ϕ gültig ist."

Definition

$$\begin{aligned} \widehat{F}\alpha &\equiv [\alpha]V \\ \widehat{P}\alpha \equiv \neg\widehat{F}\alpha &\equiv \langle\alpha\rangle\,\neg V \\ \hat{O}\alpha \equiv \widehat{F}\bar{\alpha} &\equiv [\bar{\alpha}]V \end{aligned}$$

Semantik von Aktionen

jeder Aktionsname $\underline{a} \in \underline{A}$ entspricht einer elementaren Aktion $a \in \mathcal{A}$

Der Aktionsterm $[[\alpha]]$ wird in zwei Schritten interpretiert

1. Step-Semantik $[[\alpha]]_S$
   als *Step* von elementaren Aktionen

2. State-Übergangssemantik $[[\alpha]]$
   als Angabe der Auswirkung von Aktionen

Ein Step S ist eine nicht leere Menge von elementaren Aktionen $[a_1, ..., a_n]$, die simultan bei einem State-Übergang auftreten.

$[[\underline{a}]]_S = \{S \subseteq \mathcal{A} | a \in S\}$

Negation und Wahl von Aktionen

$[[\bar{\alpha}]]_S = STEPS \backslash [[\alpha]]$

$[[\alpha_1 + \alpha_2]]_S = [[\alpha_1]]_S \cup [[\alpha_2]]_S$

State-Übergangssemantik

Funktion $eff : \mathcal{A} \rightarrow (W \rightarrow W)$
Was bedeutet $eff(a)(w)$?

für einen Step $S = [a_1, ..., a_n]$ gilt

$$eff(S) = eff(a_1) \circ ... \circ eff(a_n)$$

Ein Step S ist *kompatibel*, falls obiges für jede Permutation gilt.

$eff(T)(w) = \{eff(S)(w) | S \in T \text{ kompatibel } \}$

$$[[\alpha]](w) = eff([[\alpha]]_S)(w)$$

alternativ

$$R_a(w, w') \Leftrightarrow w' \in [[\alpha]](w)$$

Integration $PDeL^{AM}$

Axiome

(K)	$\Box(\varphi \to \psi) \to (\Box\varphi \to \Box\psi)$
(T)	$\Box\varphi \to \varphi$
(5)	$\neg\Box\varphi \to \Box\neg\Box\varphi$
(D)	$\Diamond\neg V$
(AK)	$[\alpha](\varphi \to \psi) \to ([\alpha]\varphi \to [\alpha]\psi)$
(MP)	$\varphi, \varphi \to \psi/\psi$
(N)	$\varphi/\Box\varphi$
(AN)	$\varphi/[\alpha]\varphi$
(F)	$F\varphi \leftrightarrow \Box(\varphi \to V)$
(O)	$O\varphi \leftrightarrow \Box(\neg\varphi \to V)$
(P)	$P\varphi \leftrightarrow \neg F\varphi$
($\widehat{F}$)	$\widehat{F}\alpha \leftrightarrow [\alpha]V$
($\widehat{O}$)	$\widehat{O}\alpha \leftrightarrow [\bar{\alpha}]V$
($\widehat{P}$)	$\widehat{P}\alpha \leftrightarrow \neg\widehat{F}\alpha$
($\Box[\alpha]$)	$\Box\varphi \to [\alpha]\varphi$
($[\alpha]\Box$)	$\neg[\alpha]\bot \wedge [\alpha]\Box\varphi \to \Box\varphi$

Semantik $M = \langle A, W, \pi, [[\alpha]], \models, opt \rangle$
$[[\alpha]] : A \times W \to \wp(W)$ assoziiert Aktionen und Welten mit den Welten, die durch die ausgeführten Aktionen erreicht werden
$opt \subseteq W$ Menge optimaler Welten ($w \models \neg V$)

Semantik (Fortsetzung)

$M, w \models \varphi$ ist induktiv definiert

$$
\begin{array}{lll}
M, w \models \ldots & & \\
\ p & \Leftrightarrow & \pi(p, w) = 1 \\
\ \neg\varphi & \Leftrightarrow & \text{not}(M, w \models \varphi) \\
\ \varphi \wedge \psi & \Leftrightarrow & M, w \models \varphi \text{ und } M, w \models \psi \\
\ [\alpha]\varphi & \Leftrightarrow & \forall w'[w' \in [[\alpha]](w) \Rightarrow M, w' \models \varphi] \\
\ \langle\alpha\rangle\,\varphi & \Leftrightarrow & \exists w'[w' \in [[\alpha]](w) \wedge M, w' \models \varphi] \\
\ V & \Leftrightarrow & w \notin opt \\
\ \Box\varphi & \Leftrightarrow & \forall w'[w' \in W \Rightarrow M, w' \models \varphi]
\end{array}
$$

Eigenschaften von $PDeL^{AM}$

$$
\begin{array}{c}
\vdash \widehat{F}(\alpha_1; \alpha_2) \leftrightarrow [\alpha_1]\widehat{F}(\alpha_2) \\
\hline
\vdash F(\varphi_1) \wedge F(\varphi_2) \leftrightarrow F(\varphi_1 \vee \varphi_2) \\
\vdash \widehat{F}(\alpha_1) \wedge \widehat{F}(\alpha_2) \leftrightarrow \widehat{F}(\alpha_1 + \alpha_2) \\
\hline
\vdash F(\varphi_1) \vee F(\varphi_2) \rightarrow F(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \\
\vdash \widehat{F}(\alpha_1) \vee \widehat{F}(\alpha_2) \rightarrow \widehat{F}(\alpha_1 \& \alpha_2) \\
\hline
\vdash \widehat{O}(\alpha_1; \alpha_2) \leftrightarrow \widehat{O}(\alpha_1) \wedge [\alpha_1]\widehat{O}(\alpha_2) \\
\hline
\vdash O(\varphi_1) \vee O(\varphi_2) \rightarrow O(\varphi_1 \vee \varphi_2) \\
\vdash \widehat{O}(\alpha_1) \vee \widehat{O}(\alpha_2) \rightarrow \widehat{O}(\alpha_1 + \alpha_2) \\
\hline
\vdash O(\varphi_1) \wedge O(\varphi_2) \leftrightarrow O(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \\
\vdash \widehat{O}(\alpha_1) \wedge \widehat{O}(\alpha_2) \leftrightarrow \widehat{O}(\alpha_1 \& \alpha_2) \\
\hline
\vdash O(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow (O\varphi \rightarrow O\psi)
\end{array}
$$

Paradoxon des bamherzigen Samariters
$\vdash \Box(\varphi \rightarrow \psi) \rightarrow \Box(O\varphi \rightarrow O\psi)$
(bzw. $\varphi \rightarrow \psi \vdash O\varphi \rightarrow O\psi$)
entschärft, da φ Zustände und keine Aktionen sind

Weitere Theoreme
$\vdash O\varphi \rightarrow OO\varphi$
$\not\vdash \hat{O}\alpha \rightarrow O\hat{O}(\alpha)$ aber $\hat{O}\alpha \vdash O(\hat{O}(\alpha))$

$\vdash \Box\varphi \rightarrow O\varphi$

$\vdash O\varphi \rightarrow \Box O\varphi$ bzw. $\not\vdash \hat{O}\alpha \rightarrow \Box\hat{O}\alpha$

$\vdash O\varphi \rightarrow \neg O\neg\varphi$ und $\vdash O\varphi \rightarrow P\varphi$
ought-to-do Varianten existieren nicht

$\vdash \neg O\varphi \rightarrow O\neg O\varphi$ (gilt wegen (5))
ought-to-do Variante existiert nicht